

MODEL *JOINT ECONOMIC LOT SIZE* PADA RANTAI PASOK

¹Devi Komalasari, ²Sudarwanto, dan ³Ibnu Hadi

^{1,2,3}Jurusan Matematika Universitas Negeri Jakarta

E-mail : vera_mayasanti@yahoo.com

Abstrak. Pada penelitian ini akan dibahas mengenai strategi yang optimal dalam memesan sejumlah pesanan, apabila pesanan tersebut mengalami kenaikan harga sehingga pihak pemesan dapat memesan lebih banyak sebelum kenaikan harga menjadi efektif. Model yang digunakan dalam penelitian ini merupakan model *Joint Economic Lot Size* antara pembeli dengan pemasok. Strategi yang digunakan untuk kenaikan harga apabila berada dalam satu periode adalah strategi *Special Order* yang dibentuk dari model *Naddor*. Model ini menggunakan *lot size* yang merupakan salah satu sistem dari inventori. Hasil dari penelitian ini memudahkan pengambil keputusan dalam menentukan jumlah pesanan jika terdapat kasus pemberitahuan kenaikan harga dari suatu jenis komoditi oleh pihak pemasok.

Kata Kunci : *joint economic, lot size, rantai pasok.*

1. Pendahuluan

1.2 Latar Belakang

Setiap perusahaan, seperti perusahaan perdagangan, industri atau jasa perlu mengadakan persediaan. Tanpa adanya persediaan, perusahaan dihadapkan pada masalah bahwa suatu waktu tidak dapat memenuhi kebutuhan pelanggan atas barang atau jasa yang dihasilkan perusahaan.

Kebutuhan akan sistem pengendalian persediaan pada dasarnya muncul karena adanya kelebihan atau kekurangan persediaan. Kelebihan persediaan dapat menyebabkan terhentinya perputaran uang atau modal bahkan memungkinkan munculnya biaya-biaya tambahan yang tidak diperlukan. Apabila kekurangan persediaan dapat menyebabkan tidak terpenuhinya permintaan konsumen, sehingga dilakukan pemesanan ulang yang mengakibatkan meningkatnya biaya pemesanan. Untuk mengatasi hal-hal tersebut, perusahaan memerlukan adanya manajemen persediaan yang baik.

Rantai pasok merupakan jaringan antar perusahaan yang secara bersama-sama bekerja untuk memproduksi dan mengantar suatu produk ke konsumen akhir. Mengelola aliran produksi yang tepat adalah salah satu tujuan dari rantai pasok. Konsep rantai pasok merupakan konsep baru dalam mengelola masalah persediaan karena pengelolaan secara konvensional dianggap tidak efektif menghadapi perkembangan pasar. Tuntutan konsumen yang terus berkembang dan jumlah *retailer* yang semakin banyak menyebabkan perlunya koordinasi yang baik antara pemasok dan pembeli.

Model persediaan seperti *Joint Economic Lot Size* (JELS) yang mengintegrasikan pengelolaan persediaan dalam rantai pasok, telah menarik perhatian beberapa peneliti untuk mengembangkannya. Goyal (1976) merupakan peneliti yang pertama kali memodelkan JELS. Kemudian Pujawan dan Kingsman (2002) mengembangkan model persediaan terintegrasi antara pemasok dengan pembeli. Model ini mengasumsikan bahwa pembeli menginginkan pengiriman dari produsen terjadi dalam n pengiriman untuk satu kali pemesanan yang dilakukan. Selanjutnya jumlah *batch* produksi merupakan m kali dari ukuran pengiriman. Penelitian ini mencoba mengembangkan model tersebut apabila ada pemberitahuan kenaikan harga sebelumnya dari pihak pemasok.

1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan total biaya persediaan gabungan, jumlah pemesanan yang optimal, dan besarnya penghematan biaya dengan pemesanan khusus sebelum kenaikan harga pada model JELS dengan menggunakan strategi *Special Order* yang dibentuk dari model Naddor.

1.4 Pembatasan masalah

Batasan-batasan dalam penelitian ini:

1. Kenaikan harga sudah diketahui atau terdapat pemberitahuan terlebih dahulu.
2. Produk yang dihasilkan satu jenis (*single item*).
3. Pemesanan khusus harus dilakukan bersamaan dengan habisnya jumlah persediaan (tidak terdapat persediaan).

2. Pembahasan

Pemodelan dalam penelitian ini setiap *lot* pemesanan dari pembeli dikirim dalam n kali pengiriman sesuai dengan permintaan pembeli. Kemudian pihak manufaktur akan memproduksi sejumlah m kali jumlah yang dikirim sehingga hubungan yang terjadi adalah :

$$Q_b = nq ; Q_v = mq$$

Notasi berikut ini akan digunakan untuk mengembangkan model:

D	=	jumlah permintaan tahunan
q	=	jumlah pemesanan
Q_b	=	jumlah pemesanan oleh pembeli
Q_v	=	jumlah pemesanan oleh pemanufaktur
A	=	biaya pemesanan pembeli
F	=	biaya pengiriman
h_b	=	biaya penyimpanan produk jadi pada pembeli
n	=	jumlah pengiriman
P	=	tingkat produksi tahunan
h_p	=	biaya penyimpanan produk jadi pada manufaktur
A_m	=	biaya pemesanan material
r	=	nilai konversi material terhadap produk jadi
m	=	nilai perkalian <i>batch</i> produksi
TC_b	=	total biaya persediaan pembeli

- TC_v = total biaya persediaan pemanufaktur
- TC = total biaya persediaan gabungan
- Cc = persentase biaya simpan per unit waktu
- k = kenaikan harga
- K' = biaya total selama periode T₀ ke T₁ ketika q' > 0
- K_b = biaya total selama periode T₀ ke T₁ ketika q₀ untuk pembeli
- K_v = biaya total selama periode T₀ ke T₁ ketika q₀ untuk pemanufaktur
- q₀ = jumlah pemesanan tanpa pembelian khusus
- C₀ = total biaya gabungan tanpa pembelian khusus
- q'₀ = jumlah pemesanan dengan pembelian khusus
- G_b = pengurangan K dengan K' untuk pembeli
- G_v = pengurangan K dengan K' untuk pemanufaktur
- G_{b,0} = penghematan biaya dengan pemesanan khusus pembeli
- G_{v,0} = penghematan biaya dengan pemesanan khusus pemaubufaktur

Total biaya persediaan pada pembeli dan pemanufaktur sebagai berikut:

$$TC_b = \frac{D}{nq} (A + Fn) + \frac{q}{2} h_b \quad \dots (1)$$

$$TC_v = \frac{q}{2} h_p \left((m-1) - (m-2) \frac{D}{P} \right) + \frac{A_m r D}{mq} \quad \dots (2)$$

$$TC = \frac{D}{q} \left(\frac{(A + Fn)}{n} + \frac{A_m r}{m} \right) + \left(\frac{q}{2} h_b + \frac{q}{2} h_p \left((m-1) - (m-2) \frac{D}{P} \right) \right) \quad \dots (3)$$

Jumlah pemesanan dapat dicari dengan menurunkan persamaan (3) terhadap q, diperoleh:

$$q = \sqrt{\frac{D \left(\frac{(A + Fn)}{n} + \frac{A_m r}{m} \right)}{\frac{h_b}{2} + \frac{h_p}{2} \left((m-1) - (m-2) \frac{D}{P} \right)}} \quad \dots (4)$$

Nilai m dapat dicari dengan mencari rumusan:

$$TC(m^*) \leq TC(m^* - 1) \text{ atau } TC(m^*) \leq TC(m^* + 1) \quad \dots (5)$$

Dari persamaan (5) didapatkan:

$$m^* (m^* - 1) \leq \frac{A_m r D}{q^2 \left(\frac{h_b}{2} - \frac{h_p D}{2P} \right)} \leq m^* (m^* + 1) \quad \dots (6)$$

dengan memasukkan persamaan (4) ke persamaan (6) diperoleh:

$$m^* (m^* - 1) \leq \frac{A_m r D \left(\frac{h_b}{2} + h_p \left(\frac{D}{P} - \frac{1}{2} \right) \right)}{\frac{D}{n} (A + Fn) \left(\frac{h_b}{2} - \frac{h_p D}{2P} \right)} \leq m^* (m^* + 1) \quad \dots (7)$$

Asumsikan pemasok memberitahukan bahwa harga material akan naik sejumlah k pada saat T_0 . Pembelian pakaian jadi sebelum waktu T_0 memiliki biaya A tetapi pembelian setelah T_0 biaya menjadi $(A + k)$, sedangkan pembelian material sebelum waktu T_0 memiliki biaya A_m tetapi pembelian setelah T_0 biaya menjadi $(A_m + k)$. Dalam model Naddor harus diputuskan berapa jumlah yang sebaiknya dibeli pada saat hampir T_0 , q' merupakan jumlah optimal yang dibeli.

Jika sejumlah q' dipesan pada saat hampir T_0 , pembelian selanjutnya akan terjadi saat T_1 setelah sebuah q'/D unit waktu berlalu. Pembelian ini akan dibuat dengan harga baru karena kenaikan harga telah efektif dan *lot size* optimal:

$$h_b = (A + k)c_c \text{ dan } h_p = (A_m + k)c_c$$

$$q_{b,0} = \sqrt{\frac{2D(A + Fn)}{n(e + k)c_c}} \quad \dots (8)$$

$$q_{v,0} = \sqrt{\frac{2A_m r D z}{m(e + k)c_c \left((m - 1) - (m - 2) \frac{D}{P} \right)}} \quad \dots (9)$$

Misalkan K' merupakan biaya total dari pembeli selama periode T_0 ke T_1 ketika sejumlah $q' > 0$ dibeli dengan biaya A per kg. Biaya total akan terdiri dari biaya beli A/q' , biaya simpan $(q'/2)(Ac_c)t$, $t = q'/D$, dan biaya pesan

$$K' = Aq' + \frac{q'}{2} Ac_c \frac{q'}{D} + \left(\frac{A + Fn}{n} \right) \quad \dots (10)$$

sedangkan untuk pemanufaktur selama periode T_0 ke T_1 ketika sejumlah $q' > 0$ dibeli dengan biaya A_m per kg. Biaya total akan terdiri dari biaya beli $A_m q'$, biaya simpan $(q'/2)(A_m c_c)t$, $t = q'/D$, dan biaya pesan.

$$K' = A_m q' + \frac{q'}{2} A_m c_c \frac{q'}{D} \left((m - 1) - (m - 2) \frac{D}{P} \right) + \left(\frac{A_m r z}{m} \right) \quad \dots (11)$$

Misalkan K merupakan biaya total selama periode T_0 ke T_1 ketika tidak ada pembelian yang dibuat hampir pada saat T_0 dimana pembelian sejumlah q_0 dilakukan pada saat T_0 dengan harga baru. Pada pembeli biaya totalnya terdiri dari biaya beli $(A + k)q'_b$, biaya simpan $q'_b/2[(A + k)c_c]t$, dan biaya pemesanan. Pada pemanufaktur biaya totalnya terdiri dari biaya beli $(A_m + k)q'_v$, biaya simpan $q'_v/2[(A_m + k)c_c]t$, dan biaya pemesanan

$$K_b = (A + k)q' + \frac{q'}{D} \sqrt{\frac{2D(A + Fn)(A + k)c_c}{n^2}} \quad \dots (12)$$

$$K_v = (A_m + k)q' + \frac{q'}{D} \sqrt{\frac{2A_m r D z (A_m + k)c_c \left((m - 1) - (m - 2) \frac{D}{P} \right)}{m}} \quad \dots (13)$$

Untuk menentukan q^2_o optimal, haruslah memaksimumkan pengurangan antara K dengan K'. Dimisalkan pengurangan ini dengan G, sehingga diperoleh:

$$G_b = q \left(k + \sqrt{\frac{2(A + Fn)(A + k)c_c}{Dn^2}} \right) - \frac{Ac_c}{2D} q^2 - \left(\frac{A + Fn}{n} \right) \quad .. (14)$$

$$G_v = q \left(k + \sqrt{\frac{2A_m r D z (A_m + k) c_c ((m-1) - (m-2)D/P)}{Dm^2}} \right) - \frac{A_m c_c}{2D} q^2 - \left(\frac{A_m r z}{m} \right) \quad .. (15)$$

Dari persamaan-persamaan tersebut dapat ditetapkan q^2_o sehingga diperoleh:

$$q_{b,0} = q_{b,0} \sqrt{\frac{1}{n}} + \frac{k}{A} \left(q_{b,0} \sqrt{\frac{1}{n}} + \frac{D}{c_c} \right) \quad .. (16)$$

$$q_{v,0} = q_{v,0} + \frac{k}{A_m} \left(q_{v,0} + \frac{D}{c_c ((m-1) - (m-2)D/P)} \right) \quad .. (17)$$

sehingga dari persamaan (16) dan (17) dapat diperoleh penghematan biaya dengan pemesanan khusus sebagai berikut:

$$G_{b,0} = \frac{k}{A} \left(\left(\frac{A + Fn}{n^2} \right) + \frac{Dk}{2c_c} + (A + k)q_{b,0} \sqrt{\frac{1}{n}} \right) + (A + Fn) \left(\frac{1-n}{n^2} \right) \quad .. (18)$$

$$G_{v,0} = \frac{k}{A_m} \left(\frac{A_m r z}{m} + \frac{Dk}{2c_c ((m-1) - (m-2)D/P)} + (A_m + k)q_{v,0} \right) \quad .. (19)$$

Langkah-langkah pencarian perkalian *batch* produksi (m), jumlah pemesanan (q), dan total biaya persediaan gabungan (TC) sebagai berikut:

1. Tentukan konstanta D, P, A_m , A, F, h_b , h_p , r, dan n
2. Tentukan nilai m dari persamaan (7)
3. Tentukan nilai q dari persamaan (4) dengan memasukkan nilai m dari langkah 2
4. Tentukan nilai TC dari persamaan (3) dengan memasukkan nilai q dari langkah 3

sedangkan langkah-langkah pencarian jumlah pemesanan khusus dan besarnya penghematan biaya dengan pemesanan khusus sebagai berikut:

1. Tentukan konstanta D, P, A_m , A, F, h_b , h_p , r, dan n
2. Tentukan nilai m dari persamaan (7)
3. Tentukan nilai c_c untuk pembeli dari membagi konstanta h_b dengan konstanta A
4. Tentukan nilai $q_{b,0}$ dari persamaan (8) dan nilai $q_{v,0}$ dari persamaan (9) dengan memasukkan nilai m dan c_c dari langkah 2 dan langkah 3
5. Tentukan nilai $G_{b,0}$ dari persamaan (18) dengan memasukkan nilai $q_{b,0}$ dan nilai $G_{v,0}$ dari persamaan (19) dengan memasukkan nilai $q_{v,0}$ dari langkah 4

3. Contoh Kasus

Contoh kasus 1:

Rata-rata produksi untuk 20 perusahaan industri pakaian jadi dari tekstil di DKI Jakarta tahun 2003 adalah 8.720kg per tahun (asumsi 1kg terdiri dari 4 pakaian dan harga produksi per pakaian sebesar Rp.10.000,-) dan tingkat konsumsi untuk satu wilayah di DKI Jakarta adalah 6.783kg. Biaya material yang dikeluarkan untuk produksi tersebut sebesar Rp.1.669,- per kg, nilai konversi dari material menjadi pakaian jadi adalah 0,9, dan biaya penyimpanannya Rp.613,- per tahun. Biaya pesan produk pakaian jadi tersebut Rp.4.067,- dengan besarnya biaya pengiriman Rp.1.056,-. Berapa jumlah pesanan dan total biaya persediaan gabungan? Berapa jumlah pesanan dan total biaya persediaan gabungan jika nilai konversi menjadi 0,8? (sumber data dari katalog BPS tahun 2003 dan tahun 2004 yang telah diolah oleh penulis)(.000)

Contoh kasus 2:

Pemasok material pada contoh kasus 1 akan menaikkan harga material per bulan di tahun 2004 dari Rp.1.669,- per kg menjadi Rp.2.203,- per kg, sehingga pemanufaktur akan menaikkan harga produk pakaian jadi dari Rp.4.067,- per kg menjadi Rp.4.958,- per kg. Berapa jumlah pesanan material dan pakaian jadi yang dibeli akhir tahun 2003 sebelum kenaikan harga menjadi efektif? Berapa penghematan biaya dengan pesanan khusus tersebut?

Dari model yang telah dikembangkan dapat dilihat hasil perhitungan contoh kasus 1 dan contoh kasus 2 pada tabel 1 dan tabel 2.

Tabel 1. Hasil algoritma untuk $r=0,9$

n	m	q	TC	q'v0	Gb0	Q'v0	Gv0
1	2	254	312566	10229	4723574	6056	1656845
2	2	206	252736	10062	4572436	6056	1656845
3	2	187	229351	10005	4521159	6056	1656845
4	2	176	216716	9976	4495081	6056	1656845
5	2	170	208765	9959	4479901	6056	1656845
6	3	149	203205	9946	4469071	4943	1348866
7	3	145	198757	9938	4461498	4943	1348866
8	3	143	195348	9931	4455006	4943	1348866
9	3	141	192658	9926	4450684	4943	1348866
10	3	139	190481	9921	4446358	4943	1348866

Tabel 1. Hasil algoritma untuk $r=0,8$

n	m	q	TC	q'v0	Gb0	q'v0	Gv0
1	1	283	309002	10229	4723574	7819	2147737
2	2	203	249977	10062	4572436	6047	1651884
3	2	184	226306	10005	4521159	6047	1651884
4	2	174	213488	9976	4495081	6047	1651884
5	2	167	205415	9959	4479901	6047	1651884
6	2	163	199851	9946	4469071	6047	1651884
7	2	159	195782	9938	4461498	6047	1651884
8	2	157	192670	9931	4455006	6047	1657884
9	3	139	189972	9926	4450684	4937	1346029
10	3	137	187763	9921	4446358	4937	1346029

Dari tabel 1 dan tabel 2 dapat dilihat semakin besar frekuensi pengiriman produk jadi ke pembeli (n) maka total biaya persediaan gabungan yang dikeluarkan semakin kecil, dan semakin kecil nilai konversi material ke produk jadi (r), maka total biaya persediaan gabungan yang dikeluarkan semakin besar. Semakin kecil nilai konversi menyebabkan penggunaan material semakin banyak sehingga biaya persediaan material akan meningkat yang menyebabkan meningkatnya juga biaya persediaan gabungan.

Semakin besar frekuensi pengiriman produk jadi ke pembeli menyebabkan semakin kecilnya penghematan biaya oleh pembeli, hal ini dikarenakan banyaknya frekuensi pengiriman produk jadi menyebabkan semakin besarnya biaya pengiriman sehingga memperkecil penghematan biaya. Dapat dilihat juga, banyak frekuensi pengiriman produk jadi ke pembeli yang lebih dari satu kali ($n>1$) pada nilai konversi yang lebih kecil menyebabkan semakin kecil penghematan biaya oleh pamanufaktur pada pemesanan khusus. Hal ini dikarenakan pada nilai konversi yang lebih kecil maka pamanufaktur cenderung memperkecil *lot size* produksinya, sehingga menyebabkan semakin kecil pemesanan khususnya.

4. Kesimpulan dan Saran

Dari penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Semakin besar nilai konversi material ke produk jadi menyebabkan total biaya persediaan gabungan yang dihasilkan semakin kecil.
2. Semakin besar frekuensi pengiriman produk jadi ke pembeli menyebabkan semakin kecil biaya persediaan gabungan.
3. Semakin besar frekuensi pengiriman produk jadi ke pembeli menyebabkan semakin kecil penghematan biaya dengan pemesanan khusus oleh pembeli.
4. Nilai konversi yang lebih kecil dengan frekuensi pengiriman produk jadi ke pembeli yang lebih dari satu kali ($n>1$) menyebabkan semakin sedikit penghematan biaya oleh pamanufaktur.

Dalam penelitian ini terdapat asumsi dan batasan-batasan, sehingga saran yang dapat diberikan penulis untuk penelitian selanjutnya adalah sebagai berikut:

1. Model yang digunakan masih menganggap bahwa proses produksi dapat menghasilkan produk tanpa cacat. Pada kasus nyata tidak ada proses produksi yang selalu dapat menghasilkan produk 100 persen baik.
2. Pemodelan yang digunakan adalah model JELS *single buyer* untuk penelitian selanjutnya disarankan menggunakan model JELS *multi buyer*.
3. Strategi pemesanan khusus dalam penelitian ini adalah strategi *Special Order* yang dibentuk dari model Naddor dimana pemesanan khusus harus dilakukan pada saat tidak terdapat persediaan, untuk penelitian selanjutnya disarankan menggunakan strategi yang pemesanan khususnya tidak harus bersamaan dengan habisnya jumlah persediaan.

5. Daftar Pustaka

- BPS. 2003. *Statistik industri besar sedang DKI Jakarta*. Badan Pusat Statistik DKI Jakarta, Jakarta.
- BPS. 2004. *Statistik industri besar sedang DKI Jakarta*. Badan Pusat Statistik DKI Jakarta, Jakarta.
- Goyal, S.K. 1976. *An integrated inventory model for a single supplier – single customer problem*
- Jauhari, Wakhid A. 2006. *Model Persediaan Terintegrasi pada Sistem Supply Chain yng Melibatkan Pemasok, Pemanufaktur dan Pembeli*.
- Pujawan, I N., dan Kingsman, Brian G. 2002. *Joint optimization and timing synchronization in a buyer supplier inventory system*
- Siagian, yolanda M. 2005. *Supply Chain Management dalam Dunia Bisnis*. PT. Gramedia Widiasarana Indonesia, Jakarta.
- http://wikipedia.org/wiki/Daerah_Khusus_Ibukota_Jakarta