

ANALISIS FUNGSI AKTIVASI RBF PADA JST UNTUK MENDUKUNG PREDIKSI GANGGUAN GEOMAGNET

¹John Maspupu

¹Pussainsa LAPAN, Jl. Dr. Djundjuman No. 133 Bandung 40173,
Tlp. 0226012602 Pes. 106. Fax. 0226014998

e-mail: john_msp@ yahoo.com

Abstrak. Makalah ini membahas suatu fungsi aktivasi khusus pada JST atau jaringan syaraf tiruan untuk mendukung sistem prediksi gangguan geomagnet. Fungsi aktivasi khusus ini lebih dikenal dengan sebutan fungsi basis radial (*radial basis functions - RBF*). Selain itu dalam makalah ini juga diberikan suatu ilustrasi tentang penerapan fungsi aktivasi RBF pada penentuan bobot JST. Untuk mendapatkan tingkat gangguan geomagnet kita perlu mengetahui variasi hari tenang geomagnet. Dengan demikian untuk memprediksi tingkat gangguan geomagnet, cukup diprediksi variasi hari tenangnya dan kemudian dibandingkan dengan hasil-hasil pemantauan variasi harian geomagnet di SPD (Stasiun Pengamat Dirgantara) tertentu. Adapun tujuan dari pembahasan makalah ini adalah menganalisis fungsi radial basis yang digunakan sebagai fungsi aktivasi pada JST untuk memprediksi tingkat gangguan geomagnet. Sedangkan kontribusi dari hasil analisis fungsi aktivasi radial basis ini, nantinya digunakan dalam algoritma JST sebagai suatu kesatuan perangkat lunak (*software*) yang dapat diterapkan pada sistem prediksi tingkat gangguan geomagnet.

Kata kunci : Fungsi aktivasi, RBF, JST , Gangguan, Geomagnet.

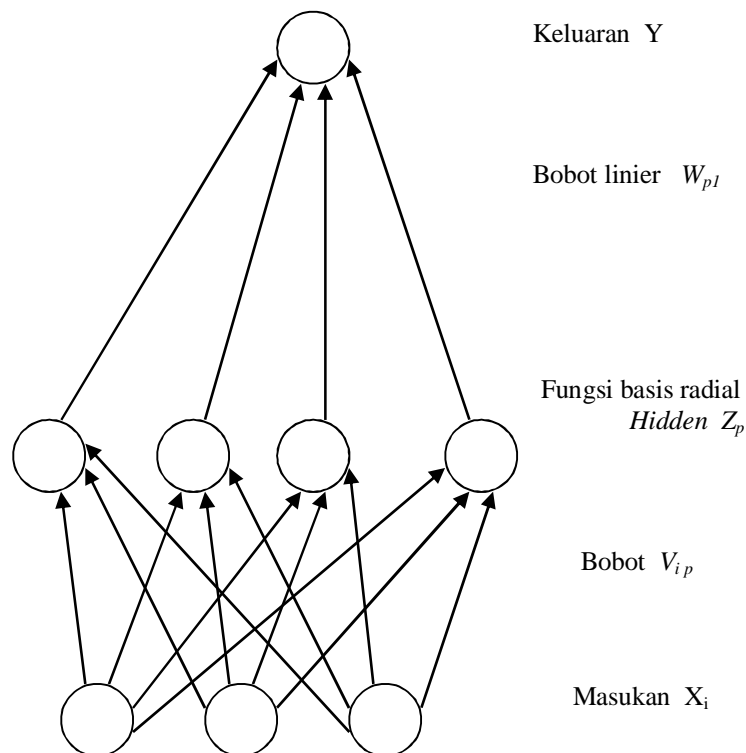
1. Pendahuluan

Fungsi basis radial RBF ini telah diperkenalkan dan dikembangkan oleh Buhmann, M. D., (2003) dan Chen, S. et. al., (1991) . Sedangkan teori dan beberapa aplikasi lainnya dapat dilihat pada referensi dari Yee, P. V. and Haykin, S., (2001). Begitu juga aplikasi RBF yang menyangkut prediksi gangguan maupun badai geomagnet dapat dilihat pada makalah Gleisner, *et.al.*, (2001) dan Kugblenu, *et.al.*, (1999). Dari beberapa informasi pada referensi di atas, timbul pemikiran untuk menganalisis dan mengkaji fungsi radial basis RBF tersebut sebagai salah satu fungsi aktivasi pada JST. Dengan demikian tujuan pembahasan makalah ini adalah menganalisis fungsi radial basis yang digunakan sebagai fungsi aktivasi pada JST. Selain itu variasi harian geomagnet merupakan hasil penjumlahan dari variasi hari tenang dan gangguan geomagnet. Atau dengan perkataan lain gangguan geomagnet adalah selisih antara variasi harian geomagnet dengan variasi hari tenang. Selain itu komponen masukan yang digunakan dalam sistem JST ini adalah waktu lokal (*local time*), posisi lintang, nomor variasi hari tenang (*quiet time daily variations number*) dan bilangan bintik matahari (*sunspot number*). Sedangkan yang menjadi target adalah data variasi hari tenang dari SPD (Stasiun Pengamat Dirgantara) Lapan. Namun yang menjadi masalah adalah bagaimana wujud pembentukan fungsi aktivasi radial basis tersebut? Dan bagaimana penentuan bobot JST pada pembelajaran dengan

menggunakan RBF tersebut?. Manfaat dari hasil analisis fungsi aktivasi radial basis ini, nantinya digunakan dalam algoritma JST sebagai suatu kesatuan perangkat lunak (*software*) yang dapat diterapkan pada sistem prediksi tingkat gangguan geomagnet.

2. Pembahasan

Arsitektur JST atau jaringan syaraf tiruan yang menggunakan fungsi aktivasi radial basis *RBF* ini memiliki tiga lapisan yaitu : lapisan masukan, satu lapisan tersembunyi dengan fungsi aktivasi RBF nonlinier dan satu lapisan keluaran yang bersifat linier. Arsitektur JST ini dinyatakan dalam bentuk diagram sebagai berikut :



Gambar 1. Diagram JST dengan aktivasi fungsi basis radial.

Misalkan suatu vector \mathbf{x} digunakan sebagai masukan untuk semua fungsi basis radial dengan masing-masing parameter yang berbeda. Dengan demikian JST adalah suatu kombinasi linier dari keluaran fungsi-fungsi basis radial. Sehingga keluarannya adalah suatu pemetaan dari wilayah (*domain*) R^n ke kowilayah (*codomain*) R atau ditulis, $\varphi : R^n \longrightarrow R$, dengan $\varphi(x)$ yang didefinisikan sebagai,

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^N a_i \rho(\|x - c_i\|). \quad \dots (1)$$

Dalam hal ini N adalah banyaknya neuron pada lapisan tersembunyi, c_i adalah vektor pusat untuk neuron ke i , dan a_i adalah bobot linier neuron keluaran. Pada dasarnya semua masukan terkait dengan setiap neuron di lapisan tersembunyi. Norm khusus yang digunakan disini adalah jarak Euclidean (*Euclidean distance*) dengan fungsi basisnya adalah Gauss (*Gaussian*) lihat Buhmann, M. D., (2003) dan Haykin, S.,(1999).

Dengan demikian fungsi basisnya berbentuk sebagai berikut:

$$\rho(\|x - c_i\|) = \exp\left[-\beta \|x - c_i\|^2\right] = \exp\left[-\beta (x(t) - c_i)^2\right] \quad \dots (2)$$

Selanjutnya bila norm x membesar tanpa batas maka limit fungsi Gauss tersebut akan mendekati nol, atau secara matematis ditulis $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \rho(\|x - c_i\|) = 0$. Ini berarti perubahan

parameter dari satu neuron hanya mempunyai suatu efek kecil terhadap nilai masukan yang jauh dari pusat. Dengan perkataan lain fungsi aktivasi JST yaitu radial basis (RBF) adalah *universal approximators* pada suatu himpunan bagian kompak dari R_n . Ini berarti bahwa fungsi aktivasi RBF dengan neuron tersembunyi yang cukup, dapat didekati dengan suatu fungsi kontinyu. Bobot-bobot a_i , c_i dan β ditentukan dengan cara meng-optimumkan kecocokan antara fungsi φ dan data.

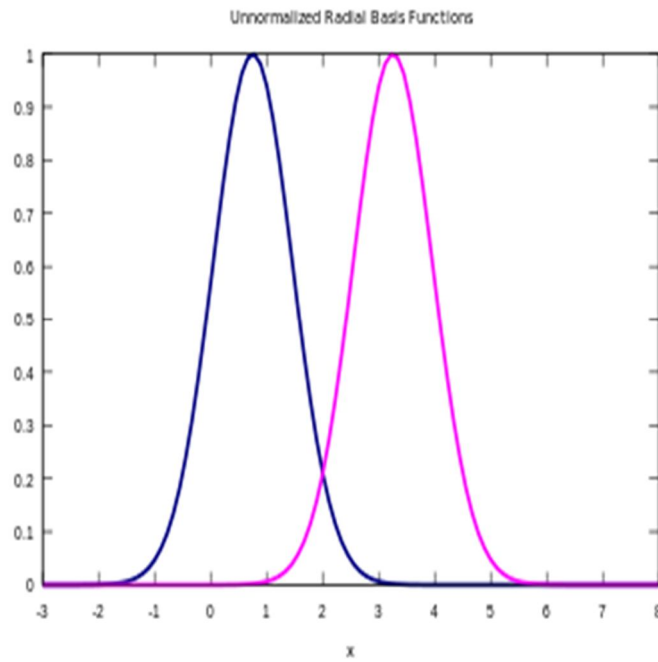
Sebagai tambahan untuk proses non normalisasi di atas, JST atau jaringan syaraf tiruan dengan fungsi aktivasi radial basis selalu dapat dinormalisasikan. Sehingga untuk kasus tersebut, pemetaannya didefinisikan sebagai berikut:

$$\varphi(x) \stackrel{def}{=} \frac{\sum_{i=1}^N a_i \rho(\|x - c_i\|)}{\sum_{i=1}^N \rho(\|x - c_i\|)} = \sum_{i=1}^N a_i u(\|x - c_i\|) \quad \dots (3)$$

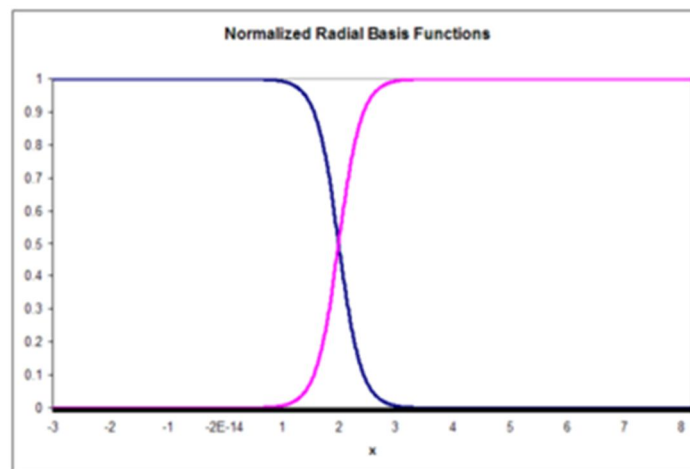
Dalam hal ini fungsi basisnya mengambil bentuk seperti di bawah ini,

$$u(\|x - c_i\|) \stackrel{def}{=} \frac{\rho(\|x - c_i\|)}{\sum_{i=1}^N \rho(\|x - c_i\|)} \quad \dots (4)$$

Wujud dari $\varphi(x)$ di (3) dengan fungsi basis di (4) ini, dikenal sebagai *fungsi basis radial normal*. Sedangkan wujud dari $\varphi(x)$ di (1) dengan fungsi basis di (2) lebih dikenal sebagai *fungsi basis radial non normal*. Selain itu geometri dari dua fungsi basis radial yang tidak dinormalkan dapat dilihat pada Gambar 2. Sedangkan geometri dari dua fungsi basis radial yang dinormalkan dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 2. Dua fungsi basis radial yang tidak dinormalkan dalam satu dimensi masukan. Pusat fungsi basis yang dilokasikan pada $c_1 = 0.75$ dan $c_2 = 3.25$.



Gambar 3. Dua fungsi basis radial yang dinormalkan dalam satu dimensi masukan. Pusat-pusat fungsi basis yang dilokasikan pada $c_1 = 0.75$ dan $c_2 = 3.25$.

2.1 Penentuan bobot JST pada pembelajaran dengan menggunakan RBF.

Suatu pernyataan yang mendukung proses penentuan bobot tersebut adalah sebagai berikut. Misalkan diberikan himpunan $\{x_i \in R_n \mid i = 1, 2, \dots, N\}$ dengan sebuah himpunan korespondensi N bilangan riil yaitu $\{d_i \in R \mid i = 1, 2, \dots, N\}$. Selanjutnya bentuklah fungsi bernilai riil $F : R_N \longrightarrow R$ yang memenuhi kondisi interpolasi seperti pada referensi Chen, S. et. al., (1991) yaitu,

$$F(x_i) = d_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad \dots(5)$$

Menurut penjelasan di makalah Haykin, S.,(1999) dan Yee, P. V. and Haykin, S., (2001) , RBF telah diformulasikan secara eksplisit sebagai,

$$F(x) = \sum_{i=1}^N w_i \varphi(\|x - x_i\|) \quad \dots(6)$$

Kemudian dari (5) dan (6) diperoleh persamaan matriks sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1N} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2N} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \varphi_{N1} & \varphi_{N2} & \dots & \varphi_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ d_N \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

Dalam hal ini $\varphi_{ji} = \varphi(\|x_j - x_i\|)$, dengan $i, j = 1, 2, \dots, N$.

$d^T = (d_1 \dots \dots \dots d_N)$ adalah vektor target atau vektor respon.

$w^T = (w_1 \dots \dots \dots w_N)$ adalah vektor bobot linier.

$\Phi = \{\varphi_{ji} \mid j, i = 1, 2, \dots, N\}$ adalah matriks interpolasi yang nonsingular.

Dengan demikian persamaan (7) dapat ditulis menjadi $\Phi w = d$ atau $w = \Phi^{-1} d$.

Sedangkan galat (error) sinyal $e_j = |d_j - y_j|$ dengan y_j adalah vektor keluaran.

Ilustrasi 1. Misalkan terdapat masukan 4 pola titik dengan posisi (0,0) atau (1,1) terkait pada keluaran angka biner 0, sedangkan posisi (1,0) atau (0,1) terkait pada keluaran angka biner 1. Selanjutnya definisikan suatu pasangan fungsi-fungsi *Gaussian* $\varphi_1(\mathbf{x})$, $\varphi_2(\mathbf{x})$ (as hidden functions) sebagai berikut: $\varphi_1(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_1|^2}$, $t_1 = [1,1]^T$ dan $\varphi_2(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_2|^2}$, $t_2 = [0,0]^T$.

Tabel 1.
Spesifikasi fungsi-fungsi tersembunyi untuk XOR

Pola masukan \mathbf{x}	Fungsi $\varphi_1(\mathbf{x})$	Fungsi $\varphi_2(\mathbf{x})$
(1,1)	1	0,1353
(0,1)	0,3678	0,3678
(0,0)	0,1353	1
(1,0)	0,3678	0,3678

Tabel 2.
Perhitungan transformasi masukan-keluaran untuk ilustrasi di atas

Posisi data ke j	Pola masukan \mathbf{x}	Respons target d_j	Keluaran nyata y_j
1	(1,1)	0	0,901
2	(0,1)	1	-0,01
3	(0,0)	0	0,901
4	(1,0)	1	-0,01

Dari Tabel 1 dan Tabel 2, diatas diperoleh matriks interpolasi Φ dan vektor target d^T sebagai berikut,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0,1353 & 1 \\ 0,3678 & 0,3678 & 1 \\ 0,1353 & 1 & 1 \\ 0,3678 & 0,3678 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } d^T = [0 \ 1 \ 0 \ 1].$$

Karena matriks Φ bukan matriks bujur sangkar jadi matriks invers Φ^{-1} diganti dengan matriks invers samaran $\Phi^+ = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ sehingga $w = \Phi^+ d$. Juga karena fungsi tersembunyi hanya ada dua bentuk yaitu $\varphi_1(\mathbf{x})$ dan $\varphi_2(\mathbf{x})$ jadi setiap unsur pada kolom terakhir dari matriks Φ adalah merupakan nilai fungsi Gaussian yang terpusat pada masing-masing posisi pola masukan yaitu $e^0 = 1$. Dengan demikian matriks transpos dari Φ adalah Φ^T yang berbentuk sebagai berikut,

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} 1 & 0,3678 & 0,1353 & 0,3678 \\ 0,1353 & 0,3678 & 1 & 0,3678 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Dari Φ^T dan Φ diperoleh matrik invers samaran Φ^+ seperti dibawah ini yaitu,

$$\Phi^+ = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T = \begin{bmatrix} 1,656 & -1,158 & 0,628 & -1,158 \\ 0,628 & -1,158 & 1,656 & -1,158 \\ -0,846 & 1,301 & -0,846 & 1,301 \end{bmatrix}.$$

Dengan perkataan lain dapat dihitung matriks bobot $w = \Phi^+ d = \begin{bmatrix} -2,316 \\ -2,316 \\ 2,602 \end{bmatrix}$.

Sedangkan vektor galat sinyalnya dihitung berdasarkan bentuk formulasi vektor sinyal e_j

$$\text{yaitu } e_j = |d_j - y_j|. \quad \text{Dengan demikian } e = \begin{bmatrix} |d_1 - y_1| \\ |d_2 - y_2| \\ |d_3 - y_3| \\ |d_4 - y_4| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,901 \\ 1,01 \\ 0,901 \\ 1,01 \end{bmatrix}.$$

Ilustrasi 2. Misalkan terdapat masukan 4 pola titik dengan posisi (0,0) atau (1,1) terkait pada keluaran angka biner 1, sedangkan posisi(1,0) atau (0,1) terkait pada keluaran angka biner 0. Selanjutnya definisikan suatu pasangan fungsi-fungsi **Gaussian** $\varphi_1(\mathbf{x})$, $\varphi_2(\mathbf{x})$, $\varphi_3(\mathbf{x})$, $\varphi_4(\mathbf{x})$ (as hidden functions) sebagai berikut: $\varphi_1(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_1|^2}$, $t_1 = [1,1]^T$ dan $\varphi_2(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_2|^2}$, $t_2 = [0,0]^T$ juga $\varphi_3(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_3|^2}$, $t_3 = [0,1]^T$ serta $\varphi_4(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_4|^2}$, $t_4 = [1,0]^T$.

Tabel 3.
Spesifikasi fungsi-fungsi tersembunyi untuk XOR

Pola masukan \mathbf{x}	Fungsi $\varphi_1(\mathbf{x})$	Fungsi $\varphi_2(\mathbf{x})$	Fungsi $\varphi_3(\mathbf{x})$	Fungsi $\varphi_4(\mathbf{x})$
(1,1)	1	0,1353	0,3678	0,3678
(0,1)	0,3678	0,3678	0,1353	1
(0,0)	0,1353	1	0,3678	0,3678
(1,0)	0,3678	0,3678	1	0,1353

Tabel 4.
Perhitungan transformasi masukan-keluaran untuk ilustrasi di atas

Posisi data ke j	Pola masukan \mathbf{x}	Respons target d_j	Keluaran nyata y_j
1	(1,1)	1	0,901
2	(0,1)	0	-0,01
3	(0,0)	1	0,901
4	(1,0)	0	-0,01

Dari Tabel 3 dan Tabel 4, diatas diperoleh matriks interpolasi Φ dan vektor target d^T sebagai berikut,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0,1353 & 0,3678 & 0,3678 \\ 0,3678 & 0,3678 & 0,1353 & 1 \\ 0,1353 & 1 & 0,3678 & 0,3678 \\ 0,3678 & 0,3678 & 1 & 0,1353 \end{bmatrix} \text{ dan } d^T = [1 \ 0 \ 1 \ 0] .$$

Karena matriks Φ adalah matriks bujur sangkar jadi matriks invers Φ^{-1} dapat dihitung sehingga $w = \Phi^{-1} d$. Dengan demikian matriks invers dari Φ yaitu Φ^{-1} berbentuk sebagai,

$$\Phi^{-1} = \begin{bmatrix} 1,3373 & -0,4918 & 0,1808 & -0,4918 \\ 0,1808 & -0,4918 & 1,3373 & -0,4918 \\ -0,4918 & 0,1808 & -0,4918 & 1,3373 \\ -0,4918 & 1,3373 & -0,4918 & 0,1808 \end{bmatrix} .$$

Dari Φ^{-1} dan d diperoleh matriks bobot $w = \Phi^{-1} d = \begin{bmatrix} 1,5181 \\ 1,5181 \\ -0,9836 \\ -0,9836 \end{bmatrix} .$

Sedangkan vektor galat sinyalnya dihitung berdasarkan bentuk formulasi vektor sinyal e_j

$$\text{yaitu, } e = \begin{bmatrix} |d_1 - y_1| \\ |d_2 - y_2| \\ |d_3 - y_3| \\ |d_4 - y_4| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,099 \\ 0,01 \\ 0,099 \\ 0,01 \end{bmatrix}.$$

3. Kesimpulan

Metode pembelajaran dengan menggunakan fungsi aktivasi radial basis ini secara teori lebih cocok dikenakan pada algoritma *Probabilistic Neural Network (PNN)*. Namun dalam prakteknya dapat saja dikenakan pada algoritma lainnya seperti algoritma *Super-vised*. Oleh karena itu fungsi aktivasi radial basis yang dikenakan pada algoritma pelatihan dengan umpan maju (*feedforward*) maupun algoritma perambatan mundur dari galat (*backpropagation of error*), perlu diuji keandalannya dengan data-data variasi harian geo-magnet terdahulu untuk mengetahui seberapa besar akurasi hasil prediksinya. Pada akhir-nya semua algoritma tersebut harus diterjemahkan ke dalam program komputer sehingga dapat diimplementasikan pada data-data masukan gangguan geomagnet yang siap dipakai (*real time data or near real time data*). Hal ini dimaksudkan untuk mempermudah dan mempercepat hasil perhitungan nilai-nilai prediksi gangguan geomagnet. Dengan demikian hasil-hasil prediksinya dapat digunakan sebagai dukungan informasi dalam program-program cuaca antariksa nasional (*national space weather programs*) di Indonesia.

4. Daftar Pustaka

- Buhmann, M. D., (2003). *Radial Basis Functions: Theory and Implementations*, Cambridge University.
- Chen, S. et. al., (1991). "Orthogonal Least Squares Learning Algorithm for Radial Basis Function Networks", *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol 2, No 2.
- Gleisner, H. and Lundsted, H., (2001) A Neural network-based local model for prediction of geomagnetic disturbance, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 106, no. 5, pp. 8425 – 8433.
- Haykin, S., (1999) *Neural network : A comprehensive foundation*, Macmillan College Publishing Company, New York.
- Kugblenu, S et.al., (1999) Prediction of the geomagnetic storm associated Dst index using an ANN-algorithm, *Journal EPS*, 51, pp. 307 – 313.
- Yee, P. V. and Haykin, S., (2001). *Regularized Radial Basis Function Networks: Theory and Applications*. John Wiley.