

## ANALISIS FNS UNTUK SUATU SINYAL ULF GEOMAGNET

<sup>1</sup>John Maspupu

<sup>1</sup>Pussainsa LAPAN, Jl. Dr. Djundjungan No. 133 Bandung 40173,  
Tlp. 0226012602 Pes. 106. Fax. 0226014998  
E-mail: [john\\_mspp@yahoo.com](mailto:john_mspp@yahoo.com)

**Abstrak.** Makalah ini membahas suatu konsep FNS (*flicker noise spectroscopy*) yang merupakan kombinasi dari kuat spektrum (*power spectra*) dan momen beda orde dua (*the difference moments of the 2nd order*). Metode ini digunakan untuk mendeteksi ciri awal (*precursor*) perilaku suatu peristiwa yang bersifat temporer nonlinier seperti pada badai geomagnet, badai matahari ataupun gempa bumi. Pendekatan FNS ini biasanya menggunakan data deret waktu sinyal ULF untuk mendapatkan informasi yang terkandung dalam sinyal-sinyal keos (*chaotic signals*) berdasarkan analisis iregularitas. Dengan demikian tujuan pembahasan makalah ini adalah untuk mengkonstruksi FNS serta menentukan prosedur perhitungan numeriknya. Hasil pembahasan ini merupakan suatu alat komputasi yang dapat diterapkan pada data sinyal ULF untuk mendeteksi terjadinya badai geomagnet ataupun badai matahari.

**Kata kunci :** Konstruksi, FNS, Sinyal ULF, Geomagnet.

### 1. Pendahuluan

Sinyal ULF (*Ultra-Low Frequency*) geomagnet ini mempunyai frekuensi rendah yaitu kurang dari satu Hertz ( $< 1\text{Hz}$ ). Emisi sinyal ULF ini terjadi dalam selang frekuensi antara 0,01 Hz sampai dengan 0,1 Hz. Selain itu, gelombang ULF juga berasal dari hasil interaksi antara medan magnet antar-planet dengan magnetosfer bumi, serta bersumber dari dinamika magnetosfer bumi (lihat Maspupu J, 2010). Sedangkan metode FNS (*flicker noise spectroscopy method*) adalah suatu pendekatan baru yang merupakan kombinasi dari kuat spektrum (*power spectra*) dan momen beda orde dua (*the difference moments of the 2nd order*) atau fungsi struktural transien orde dua (*transient structural function of the 2nd order*). Pendekatan FNS ini telah digunakan dalam penelitian prediksi gempa bumi, selain itu juga untuk menentukan prekursor sinyal ULF pada data geomagnet (lihat Descherevsky, A.V. et.al., 2003 dan Hayakawa, M. & Timashev, S.F., 2006). Juga digunakan sebagai alat analisis fluktuasi dalam sistem fisis seperti yang telah dikemukakan dalam referensi Timashev, S.F., (2001b) dan Timashev, S.F.et.al., (2002). Selain itu metode FNS inipun dapat digunakan untuk menganalisis perilaku keos pada data deret waktu suatu variabel dinamis maupun keos dalam sistem-sistem dinamis yang terkait dengan derau sinyal (lihat Timashev, S.F., & Vstovsky, G. V., 2003 dan Timashev, S.F., 2001a). Aplikasi FNS ini juga mencakup analisis dinamika global dari aktivitas matahari (lihat Timashev, S.F., 1998). Dari beberapa informasi tentang aplikasi metode ini, timbul pemikiran untuk menganalisis FNS tersebut pada suatu sinyal ULF geomagnet. Dengan demikian tujuan pembahasan makalah ini adalah mengkonstruksi metode FNS untuk keperluan analisis iregularitas fungsi fraktal dari sinyal ULF, serta merancang langkah-langkah perhitungannya secara

numerik. Namun yang menjadi masalah adalah bagaimana membangun atau membentuk teknik pendekatan FNS tersebut?, dan bagaimana menyusun prosedur perhitungannya secara numerik? Manfaat dari hasil-hasil kajian maupun konstruksi pendekatan FNS ini adalah sebagai suatu perangkat lunak (*software*) yang dapat diterapkan dalam perhitungan iregularitas sinyal ULF yang terkait dengan perilaku keosnya.

## 2. Prinsip dasar FNS dan teorema pendukung

Perhatikanlah evolusi dinamika dari variabel acak  $X(t)$  yang diukur secara eksperimen pada suatu selang waktu  $T$ . Variabel ini umumnya menggambarkan dinamika fluktuasi pada salah satu karakteristik fisis dari proses alam yang bersifat acak. Sasaran FNS ini adalah mengekstrak informasi dari rekaman variasi-variasi pada variabel  $X(t)$  yang umumnya bersifat keos (lihat Timashev, S.F., 2006). Dengan demikian diperlukan suatu algoritma untuk dapat mengekstrak banyaknya parameter fenomena fisis yang signifikan dari sekumpulan data deret waktu (*time series data set*) variabel  $X(t)$ . Dalam FNS parameter-parameter ini diasumsikan terkait dengan fungsi otokorelasi yang merupakan salah satu konsep dasar fisika statistik maupun analisis spektral. Oleh karena itu dibutuhkan beberapa definisi dan teorema yang dapat mengkaji parameter fisis terkait untuk mengkonstruksi metode FNS tersebut. Berikut ini akan diberikan dua teorema (*Teorema 1. dan Teorema 2.*) yang mengkaji hubungan antara kuat spektrum dengan fungsi otokorelasi dan juga momen beda orde dua dengan fungsi otokorelasi tersebut. Kedua teorema ini, nantinya mendukung pembentukan metode FNS yang melibatkan kombinasi kuat spektrum dan momen beda orde dua. Namun sebelumnya, juga akan dijelaskan pengertian tentang fungsi otokorelasi dan momen beda orde  $p$  atau fungsi struktural orde  $p$ . Pengertian dari ungkapan-ungkapan tersebut akan dinyatakan dalam dua definisi (*Definisi 1. dan Definisi 2.*) sebagai berikut:

*Teorema 1. (first mean value theorem for integral).*

Jika  $f(x)$  kontinyu pada selang tutup  $[a, b]$  maka terdapat  $c \in [a, b]$  sehingga

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx. \text{ Bukti teorema ini dapat dilihat pada Fulks, W., (1999).}$$

*Definisi 1.* Fungsi otokorelasi  $R(\tau)$  adalah rata-rata dari hasil kali dua variabel acak  $X(t)$  dan  $X(t + \tau)$  pada saat yang berbeda (yaitu  $t$  dan  $t + \tau$ ) dalam selang waktu  $T$ . Secara matematis dalam bentuk kontinyu ditulis,

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X(t)X(t + \tau) dt. \quad \dots (1)$$

Sedangkan dalam bentuk diskrit ditulis,

$$R(n_r) = \frac{1}{N - n_r} \sum_{k=1}^{N-n_r} X(k)X(k + n_r). \quad \dots (2)$$

Dalam hal ini  $N$  adalah banyaknya selang  $\Delta t$  yang terdapat pada  $T$  dan  $n_r$  adalah banyaknya selang  $\Delta t$  yang terdapat pada  $\tau$ . Dari definisi di atas ini, diturunkan beberapa sifat fungsi otokorelasi sebagai berikut :

- i).  $R(\tau) = R(-\tau)$  adalah suatu fungsi genap.
- ii).  $R(0) \geq R(\tau)$  artinya  $R(\tau)$  mencapai maksimum pada  $\tau = 0$ .
- iii).  $R(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} X^2(t) dt$ .

*Definisi 2.* Momen beda orde  $p$  yang dinotasikan dengan  $\Phi^{(p)}(\tau)$  adalah rata-rata dari pangkat  $p$  selisih dua variabel acak  $X(t)$  dan  $X(t + \tau)$  dalam selang waktu  $T$ . Secara matematis dalam bentuk kontinyu ,

$$\Phi^{(p)}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [X(t) - X(t + \tau)]^p dt \quad \dots (3)$$

Sedangkan bentuk diskritnya adalah ,

$$\Phi^{(p)}(n_r) = \frac{1}{N - n_r} \sum_{k=1}^{N-n_r} [X(k) - X(k + n_r)]^p \quad \dots (4)$$

Dari *definisi 2*, di atas ini, juga dapat diturunkan hubungan antara fungsi otokorelasi dan momen orde dua sebagai berikut :

$$\Phi^{(2)}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [X(t) - X(t + \tau)]^2 dt = 2[R(0) - R(\tau)] \quad \dots (5)$$

*Teorema 2. (Wiener-Khintchine theorem)*

Untuk kondisi *weakly steady-state ergodic* dari suatu variabel acak  $X(t)$ , fungsi otokorelasi  $R(\tau)$  dan kuat spektrum  $S(f)$  dapat direlasikan dengan transformasi *Fourier* sebagai berikut :  $S(f) = F [R(\tau)]$  atau  $R(\tau) = F^{-1}[S(f)]$ . Bukti teorema ini dapat dilihat pada Michel K. Ochi, (2002).

### 3. Hasil dan Pembahasan

Kedua teorema terkait yaitu *Teorema 1. dan Teorema 2.* serta dua definisi (*Definisi 1. dan Definisi 2.*) yang mendukung proses pembentukan metode FNS (*flicker noise spectroscopy*) ini menunjukkan bahwa momen beda orde dua  $\Phi^{(2)}(\tau)$  bergantung linier pada fungsi otokorelasi  $R(\tau)$ , begitupun kuat spektrum  $S(f)$  sangat bergantung linier pada momen beda orde dua  $\Phi^{(2)}(\tau)$ . Untuk mengekstraksi informasi yang terkandung dalam fungsi otokorelasi  $R(\tau)$  sebaiknya fokus analisis diarahkan pada transformasi dari fungsi tersebut. Oleh karena itu perlu diperhatikan bentuk kontinyu dari kuat spektrum

$$S(f) = \left| \int_{-T_M/2}^{T_M/2} [R(t) - R(0)] e^{-2\pi i f t} dt \right| \quad \dots (6)$$

Atau dalam bentuk diskrit dapat ditulis sebagai berikut:

$$S(q) = \left| \sum_{m=0}^{M-1} [R(m) - R(0)] e^{\frac{-2\pi i q m}{M}} \right| \quad \dots (7)$$

Dalam hal ini  $f$  adalah frekuensi dan  $q = f T_M$ , ( $T_M < T$ ) sedangkan  $M = \frac{T_M}{T} N$  adalah banyaknya titik pada sumbu frekuensi. Begitu juga  $S(q) = \Delta t \times S(f)$  dan  $R(m) = R(M-m)$ . Secara spesifik, kuat spektrum  $S(f)$  akan lebih efektif bila dipisah menjadi dua komponen yaitu komponen spektrum resonansi  $S_R(f)$  dan komponen yang tergabung dengan fenomena keos  $S_K(f)$ . Dengan demikian kedua komponen tersebut memiliki kontribusi secara utuh pada kuat spektrum  $S(f)$ . Sehingga secara matematis dapat ditulis,

$$S(f) = S_R(f) + S_K(f). \quad \dots (8)$$

Dalam hal ini  $S_K(f)$  adalah komponen kuat spektrum kontinyu yang terkait komponen keos dari variabel dinamis  $X(t)$ . Fungsi di (5) juga dapat dibentuk sebagai kombinasi linier dari komponen resonansi  $\Phi_R^{(2)}(\tau)$  dan komponen keos  $\Phi_K^{(2)}(\tau)$ , sehingga secara matematis ditulis,

$$\Phi^{(2)}(\tau) = \Phi_R^{(2)}(\tau) + \Phi_K^{(2)}(\tau). \quad \dots (9)$$

Selanjutnya untuk menganalisis masalah utama dari komponen-komponen keos, ini dapat diilustrasikan seperti kasus-kasus yang tidak mengikut sertakan kontribusi resonansi variabel  $X(t)$  tetapi hanya seutuhnya memperhatikan kontribusi keos pada variabel dinamis tersebut. Dengan demikian fungsi-fungsi  $\Phi_K^{(2)}(\tau)$  dan  $S_K(f)$  yang diperoleh untuk proses stasioner dapat ditulis

$$\text{sebagai, } \Phi_K^{(2)}(\tau) = \begin{cases} \tau^{2H_1} & \text{untuk } \tau < T_1 \\ 2\sigma^2 & \text{untuk } \tau > T_1 \end{cases} \quad \dots (10)$$

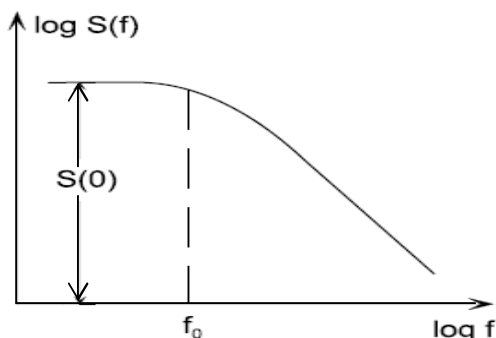
Dalam hal ini  $T_1$  adalah waktu korelasi yang ditentukan dari  $\Phi_K^{(2)}(\tau)$ ,  $H_1$  adalah konstanta Hurst dan  $\sigma^2$  adalah variansi nilai pengukuran  $X(t)$ . Dengan demikian

$$\sigma^2 = \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} X^2(t) dt - \left( \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} X(t) dt \right)^2.$$

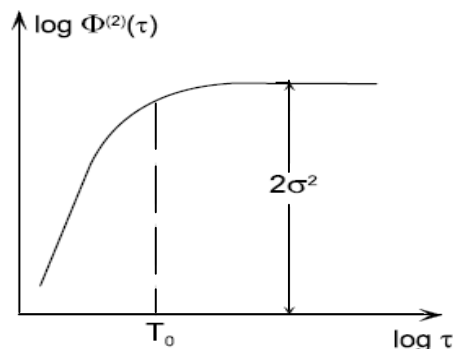
Sedangkan menurut hukum pangkat di Maspupu, J.,(2009),

$$S_K(f) = \begin{cases} f^{-n} & \text{untuk } f > f_0 = \frac{1}{T_0} \\ S_K(0) & \text{untuk } f < f_0 = \frac{1}{T_0} \end{cases} \quad \dots (11)$$

Dalam hal ini  $T_0$  adalah waktu korelasi yang ditentukan dari  $S_K(f)$ ,  $n$  dan  $S_K(0)$  adalah parameter-parameter fisis. Selain itu parameter-parameter  $T_1$ ,  $H_1$ ,  $\sigma^2$ ,  $T_0$ ,  $n$  dan  $S_K(0)$  mungkin memberikan suatu interpretasi fisis secara khusus dan dapat dilihat sebagai parameter fenomena komponen keos dari sinyal  $X(t)$ . Begitupun jenis kurva dari fungsi-fungsi  $\Phi_K^{(2)}(\tau)$  dan  $S_K(f)$  untuk sinyal keos  $X(t)$  tanpa komponen resonansi dapat dilihat pada Gambar 1 dan Gambar 2 di bawah ini.

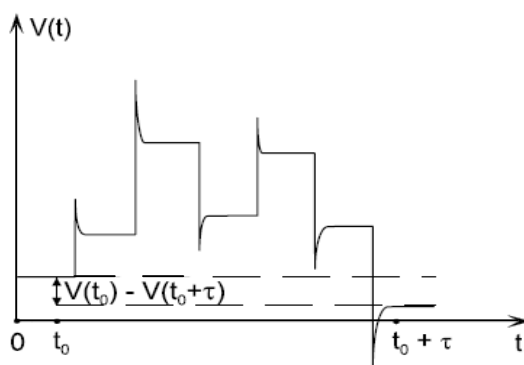


**Gambar 1.** Kurva  $S_K(f)$  untuk sinyal keos  $X(t)$  tanpa komponen resonansi.



**Gambar 2.** Kurva  $\Phi_K^{(2)}(\tau)$  untuk sinyal keos  $X(t)$  tanpa komponen resonansi.

Pengenalan fungsi  $\Phi_K^{(2)}(\tau)$  sebagai proyeksi dari otokorelator  $R(\tau)$  adalah tepat, karena fungsi tersebut terbentuk dari loncatan-loncatan (*jumps*) variabel dinamis. Sedangkan  $S_K(f)$  terbentuk dari kedua parameter fenomena fisis (*spikes and jumps*). Pernyataan ini diilustrasikan sebagai proses lintasan perjalanan variabel acak  $V(t)$  seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.



**Gambar 3.** lintasan perjalanan variabel acak  $V(t)$ .

Untuk mengimplementasi formulasi-formulasi  $\Phi^{(2)}(\tau)$  dan  $S(f)$  di persamaan-persamaan (5) dan (7) ke dalam situasi nyata diperlukan langkah-langkah perhitungan numeriknya yang dapat dinyatakan sebagai berikut :

- i. Lakukan prosedur standar pengolahan data sinyal ULF (lihat Maspupu J.,2007) dan gunakan data-data tersebut untuk keperluan pada langkah-langkah berikutnya.
- ii. Hitung fungsi otokorelasi  $R(\tau)$  dengan menggunakan persamaan (2).
- iii. Evaluasi  $\Phi^{(2)}(\tau)$  dengan menggunakan persamaan (5).
- iv. Evaluasi kuat spektrum  $S(f)$  dengan menggunakan persamaan (7).
- v. Asumsikan  $S_R(f) = 0$  dan  $\Phi_R^{(2)}(\tau) = 0$ , sehingga  $S_K(f) = S(f)$  dan  $\Phi_K^{(2)}(\tau) = \Phi^{(2)}(\tau)$ .
- vi. Tentukan parameter-parameter  $T_1$ ,  $H_1$  dan  $\sigma^2$  dengan menggunakan persamaan (10).
- vii. Tentukan parameter-parameter  $T_0$ ,  $n$  dan  $S_K(0)$  dengan menggunakan persamaan (11).

#### 4. Kesimpulan

Formulasi FNS (*flicker noise spectroscopy*) yang diperoleh dari persamaan-persamaan (5) dan (7), ini dapat digunakan untuk menghitung nilai parameter-parameter tersebut (yaitu  $T_1$ ,  $H_1$ ,  $\sigma^2$ ,  $T_0$ ,  $n$  dan  $S_K(0)$ ), dengan memanfaatkan data mentah sinyal ULF yang diamati secara langsung tanpa ada jeda waktu (*real time data or near real time data*). Selain itu prosedur perhitungan  $\Phi^{(2)}(\tau)$  dan  $S(f)$  yang telah dibahas secara numerik, ini perlu diterjemahkan ke dalam program komputernya sehingga dapat diimplementasikan pada data sinyal ULF yang siap dipakai (*real time data or near real time data*). Hal ini dimaksudkan untuk mempermudah dan mempercepat hasil perhitungan nilai parameter-parameter di atas .

#### 5. Daftar Pustaka

- Descherevsky, A.V. et.al., (2003). Flicker – noise spectroscopy in earthquake prediction research, *Journal Natural Hazards and Earth System Sciences*, pp. 159 – 164.
- Fulks,W.,(1999). *Advanced Calculus*, John Wiley & Sons, New-York.
- Hayakawa, M. and Timashev, S.F., (2006). An attempt to find precursors in the ULF geomagnetic data by means of flicker noise spectroscopy, *Journal Nonlinear Processes in Geophysics*, pp. 255 -263.
- Maspupu J.,(2007). Disain Pengolahan data Variasi Geomagnet berdasarkan Filter tertentu, *Prosiding Seminar Nasional Matematika FMIPA – UNPAR*, Bandung, hal.166 – 172.
- Maspupu, J.,(2009). Estimasi eksponen spektral dan kemunculan derau kedip (*flicker noise*) pada sinyal ULF geomagnet, *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan pendidikan Matematika UNY*, Yogyakarta, hal. 993-999.
- Maspupu, J., (2010). Multifraktal dan singularitas sinyal ULF geomagnet , *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan pendidikan Matematika FKIP-UNS*, Surakarta, hal. 244-252.
- Michel K. Ochi, (2002). *Applied Probability and Stochastic Processes in Engineering and Physical Sciences*, John Wiley & Sons (SEA) Ptc. Ltd, Singapore.
- Timashev,S.F.,(1998). Flicker noise in solar activity, *International Journal of Bifurcation and chaos*, Vol. 8, No. 4, pp. 805-811.
- Timashev, S.F., (2001a). Flicker noise spectroscopy in analysis of chaotic fluxes in distributed dynamical dissipative system, *Russian Journal of Physical Chemistry*, 75, pp. 1742 – 1749.
- Timashev, S.F., (2001b). Flicker noise spectroscopy as a tool for analysis of fluctuations in physical systems, in : *Noise in Physical Systems and 1/f Fluctuations – ICNF 2001*, (Ed) Bosman, G., *World Scientific* , New Jersey– London, pp. 775 – 778.
- Timashev, S.F.et.al., (2002). Flicker noise spectroscopy in analysis of fluctuation Dynamics of electric potential in electromembrane system under *overlimiting* current density, *Russian Journal of Phys-Chem.*, 76, pp. 554 – 561.
- Timashev, S.F., and Vstovsky, G. V., (2003). Flicker noise spectroscopy in analysis of chaotic time series of dynamical variables and a problem of *signal noise* relation, *Russian Journal of Electrochemistry*,39, pp. 149 – 162.
- Timashev, S.F., (2006). Flicker noise spectroscopy and its application: Information hidden in chaotic signals, *Russian Journal of Electrochem* , 42 (5) ,in press.