

PENGEMBANGAN MODEL MATEMATIKA UNTUK ALIRAN TIGA FASA (GAS-MINYAK-PASIR) UNTUK OPTIMASI JARINGAN PIPA MINYAK KOMPLEKS

¹Yurika Permanasari, ²Respitawulan, dan ³Indi M. Budiman

^{1,2,3} Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, UNISBA, Jl. Ranggamalela 8 Bandung

e-mail: yurikakoe@gmail.com

Abstrak. Minyak bumi mengandung berbagai zat kimia dalam bentuk gas, cair dan padat yang disebut sebagai fluida tiga-fasa. Fasa gas berupa gas hidrokarbon, fasa cair berupa minyak dan fasa padat berupa pasir. Fasa pasir seringkali menimbulkan berbagai masalah dalam aliran fluida, seperti penurunan tekanan serta penyumbatan, erosi dan korosi pada pipa yang menimbulkan pembengkakan biaya operasional dan perawatan. Faktor penting untuk mendapatkan laju produksi yang maksimum dan biaya operasi yang minimum adalah dengan memprediksi kecepatan aliran optimum yang bergantung pada system operasi dan parameter geometrik pipa. Jaringan pipa didesain sehingga tidak terjadi hambatan pada aliran minyak yang menyebabkan kerugian biaya operasi. Sistem distribusinya bergantung pada dua factor: banyaknya fluida yang didistribusikan dan besarnya tekanan yang diperlukan. Jumlah fluida yang mengalir diprediksi menggunakan hukum Kirchoff berdasarkan laju alir massa dan besarnya tekanan dihitung menggunakan persamaan $p = F/A$, yaitu tekanan fluida (p ; Pascal) adalah gaya (F ; Newton) per satuan luas (A ; m^2).

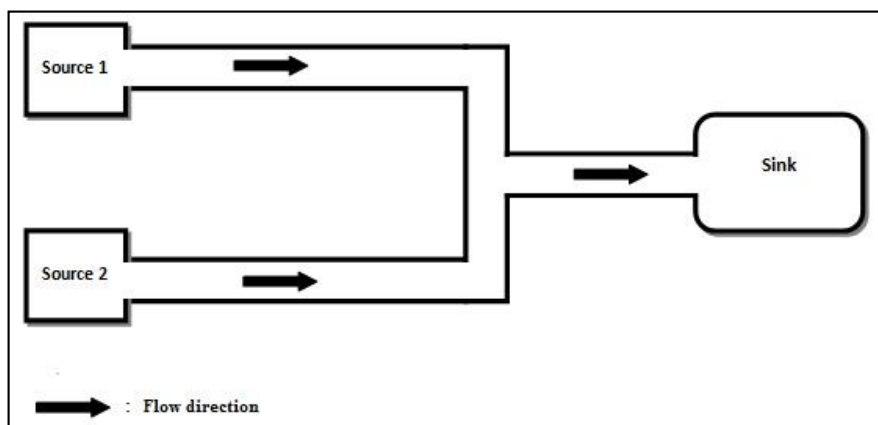
Kata kunci: fluida tiga fasa, kecepatan aliran optimal, jaringan pipa kompleks.

1. Pendahuluan

Saat ini, teknologi manajemen pipa permukaan mendapat perhatian lebih dan manfaatnya dirasakan secara luas, khususnya pada lapangan minyak lepas pantai, yang memiliki kandungan pasir pada aliran minyak dalam jaringan pipa kompleks.

Jaringan pipa didesain sedemikian rupa sehingga tidak ada hambatan pada aliran minyak yang dapat menyebabkan kerugian ekonomi. Aktivitas ini dikenal dengan analisis dan desain jaringan pipa. Analisis dan desain dari pipa ini menghadapi masalah yang cukup kompleks, terutama jika jaringan pipa memiliki banyak segmen.

Jaringan pipa dapat dimodelkan dalam bentuk koneksi seri dan paralel. Jaringan pipa yang memiliki koneksi seri disebut sebagai jaringan pipa sederhana (Gambar 1)



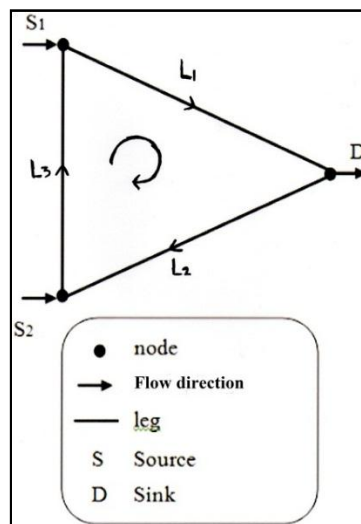
Gambar 1. Simple Pipeline System

Model matematika untuk aliran tiga-fasa (gas-minyak-pasir) menggunakan persamaan dari Bello (Bello, 2008):

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_T = \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LG} + \left(\frac{dp}{dx}\right)_{LS} - \left(\frac{dp}{dx}\right)_L \quad (1)$$

dengan :
 p = tekanan fluida (Pascal)
 x = panjang pipa (meter)
 T = Total
 LG = Minyak-Gas ; LS = Minyak-Pasir; L = Minyak

Pada kenyataannya, jaringan pipa tidak hanya berbentuk rangkaian seri, tetapi dapat membentuk banyak cabang. Jaringan pipa demikian disebut dengan Sistem Jaringan Pipa Kompleks yang karakteristiknya adalah *loop* pada jaringan tersebut. (Gambar 2)



Gambar 2 . Complex Pipeline Network Containing Looping

2. Aliran Fluida

Aliran fluida yang mengalir dalam jaringan pipa dapat dibedakan menjadi tiga fasa: cair, gas dan padat. Aliran tiga-fasa dapat diformulasikan menggunakan model matematika pada persamaan (1). Penggunaan model tersebut memerlukan beberapa asumsi sebagai berikut :

- Sudut elevasi dari pipa adalah 0.
- Fasa cair dan padat takterpadatkan (incompressible) sehingga densitas fluida tidak berubah sepanjang pipa alir.
- Fluida dalam keadaan tunak (steady state) dan seragam.
- Temperatur dalam jaringan konstan (isothermal).
- Penurunan tekanan akibat komponen pipa diabaikan.
- Fluida yang mengalir adalah fluida Newton (Newtonian Fluid).

Masing-masing suku pada persamaan (1) dapat dijabarkan sebagai berikut :

Model Aliran Minyak

Penurunan tekanan aliran yang disebabkan oleh fasa minyak dapat dituliskan sebagai berikut

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_L = g\rho_L \sin \theta + \frac{1}{2}\left(\frac{f_L}{D}\right)\rho_L u_{SL}^2, \tag{2}$$

dengan θ sudut kemiringan pipa terhadap sumbu vertical dan f_L adalah faktor gesekan minyak yang dihitung menggunakan persamaan dari Seines dkk. (1993, dalam Bello, 2010), yaitu

$$f_L = \frac{64}{Re_L}, \tag{3}$$

$$Re = \frac{u_{SL} D \rho_L}{\mu_L}, \tag{4}$$

Kecepatan superfisial aliran minyak, u_{SL} dapat dituliskan sebagai laju alir volumetrik dibagi dengan luas penampang pipa, $\frac{q_T H_L}{A}$, dan sudut elevasi adalah nol, maka persamaan (2) dapat dituliskan sebagai

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_L = \alpha q_T^2, \tag{5}$$

dengan

$$\alpha = \frac{f_L \rho_L H_L^2}{2DA^2}. \tag{6}$$

Model Aliran Minyak-Gas

Penurunan tekanan akibat interaksi fasa minyak dan gas dapat dituliskan sebagai berikut.

$$-\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_{GL} = g[\rho_L(1 - \epsilon) + \rho_G \epsilon] \sin \theta + \frac{1}{2}\left(\frac{f_{tp}}{D}\right)\rho_{tp} u_{tp}^2, \tag{7}$$

$$\rho_{tp} = \rho_G \epsilon + \rho_L(1 - \epsilon), \tag{8}$$

$$u_{tp} = \frac{u_{SG}}{\epsilon} + \frac{u_{SL}}{1-\epsilon}. \tag{9}$$

Fraksi void ϵ adalah area pada penampang lintang relatif yang terisi oleh gas. Fraksi tersebut dihitung menggunakan model dari Wolddesemayat dan Ghajar (2007, dalam Bello, 2010).

Faktor gesekan untuk turbulensi aliran gas-minyak menggunakan model dari Ouyang and Aziz (2000, dalam Bello, 2010), yaitu

$$f_{tp} = f_L [1 + 0.04304 Re_W^{0.4}], \tag{10}$$

$$Re_w = \frac{\rho_{lm} u_{lm} D}{\mu_{lm}}, \tag{11}$$

$$u_{lm} = u_{SL} + u_{SG} \tag{12}$$

$$\rho_{lm} = \rho_L \lambda_L + \rho_G \lambda_G, \tag{13}$$

$$\mu_{lm} = \mu_L \lambda_L + \mu_G \lambda_G, \tag{14}$$

dengan $Re_w, f_{tp}, \rho_{lm}, u_{lm}, \mu_{lm}, \lambda_L, \lambda_G$ masing-masing mendenotasikan bilangan Reynolds untuk dinding pipa, faktor gesekan dua-fasa Fanning, massa jenis campuran, kecepatan aliran campuran, fraksi aliran gas dan fraksi aliran minyak.

Menggunakan manipulasi aljabar dan hubungan antara kecepatan aliran dengan laju volumetrik, persamaan (7) dapat dituliskan sebagai

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_{LG} = \beta q_T^2 \quad (15)$$

dengan

$$\beta = \frac{f_{tp}\rho_{tp}}{2DA^2} \left(\frac{H_G}{\epsilon} + \frac{H_L}{1-\epsilon}\right)^2 \quad (16)$$

Model Aliran Minyak-Pasir

Model aliran minyak-pasir merupakan kombinasi dari lima komponen daya, yaitu *Drag Force* (daya hambat), *Wall frictional force per unit volume* (daya gesek terhadap dinding per satuan volume), *Particle-particle interaction force per unit volume* (daya interaksi antarpartikel per satuan volume), *Gravity force per unit volume* (daya gravitasi per satuan volume) dan *Particle liquid turbulent force* (daya turbulensi antara minyak-pasir). Berikut ini penjabarannya.

Drag Force

Drag force dideskripsikan sebagai berikut:

$$F_{IM} = \beta'(u_L - u_S) = \beta'(u_{SLIP}), \quad (17)$$

$$\beta' = \frac{3}{4} C_{DS} \frac{H_S \rho_S}{d_p} u_{SLIP} (1 - H_S)^{-2.65}, \quad (18)$$

$$u_{SLIP} = u_L - u_S = \frac{u_{SL}}{\rho_L} - \frac{u_{SS}}{\rho_S}. \quad (19)$$

Fraksi volumetrik pasir atau *sand holdup*, H_L , dihitung menggunakan model dari Danielson (2007). Koefisien drag C_{DS} didapat dengan korelasi dari Swamee and Ojha (1991, dalam Bello 2010).

Wall frictional force per unit volume

Penurunan tekanan yang diakibatkan oleh gesekan pada dinding pipa dapat dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$F_{MW} = \frac{2\rho_{LS}u_m^2}{D} (f_L + f_{SS} \cos \theta). \quad (20)$$

$$f_{SS} = \frac{0.046}{Re_{PS}^{0.2}}, \quad (21)$$

$$Re_{PSS} = \frac{\rho_{LS}u_m d_p}{\mu_L}. \quad (22)$$

Massa jenis campuran pasir-minyak ρ_{LS} didapat dengan:

$$\rho_{LS} = \rho_S H_S + \rho_L (1 - H_S), \quad (23)$$

dengan ρ_L dan ρ_S masing-masing adalah massa jenis minyak dan pasir. Kecepatan aliran minyak-pasir u_m dihitung dengan

$$u_m = \frac{4}{\pi D^2} \left[\frac{\rho_L q_L + \rho_S q_S}{\rho_{LS}} \right] \quad (24)$$

Particle-particle interaction force per unit volume

Particle-particle interaction force, F_{PM} , dituliskan sebagai:

$$F_{PM} = d_p^2 \frac{q_s \rho_s}{D^2} \frac{u_{SL}}{V_p}, \quad (25)$$

$$V_p = \frac{\pi d_p^3}{6}. \quad (26)$$

Gravity force per unit volume

Gravity force dalam aliran minyak-pasir, F_{GM} , dituliskan sebagai:

$$F_{GM} = \rho_m g \sin \theta. \quad (27)$$

Particle liquid turbulent force

Particle-liquid turbulent interaction force dalam aliran minyak-pasir, F_{TM} , dituliskan sebagai:

$$F_{TM} = \frac{\rho_{LS} \pi}{V_p} \frac{1}{4} (d_p)^2 (u^l)^2. \quad (28)$$

$$u^l = (0.16)^{1/3} \left(\frac{\eta_L}{\rho_L} \right)^{1/2} u_{min}^{0.92} d_p^{1/3} D^{-0.42}. \quad (29)$$

Kecepatan minimum untuk menghentikan aliran partikel pasir u_{min} dihitung menggunakan persamaan berikut.

$$u_{min} = 1.08 (1 + 3.64 H_s)^{1.09} (1 - H_s)^{0.55n} \left(\frac{\eta_L}{\rho_L} \right)^{-0.09} d_p^{0.18} \left[2g \frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right]^{0.54} D^{0.46}. \quad (30)$$

Total Penurunan Tekanan oleh Aliran Minyak-Pasir

Penurunan tekanan oleh aliran minyak-pasir adalah jumlah dari *Drag Force* (daya hambat), *Wall frictional force per unit volume* (daya gesek terhadap dinding per satuan volume), *Particle-particle interaction force per unit volume* (daya interaksi antarpartikel per satuan volume), *Gravity force per unit volume* (daya gravitasi per satuan volume) dan *Particle liquid turbulent force* (daya turbulensi antara minyak-pasir). Model tersebut dapat dituliskan sebagai

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x} \right)_{LS} = F_{IM} + F_{WM} + F_{PM} + F_{GM} + F_{TM}. \quad (31)$$

Menggunakan manipulasi aljabar, persamaan (30) dapat dimodifikasi menjadi

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_{LS} = \gamma_1 q_T^2 + \gamma_2, \quad (32)$$

dengan

$$\begin{aligned} \gamma_1 = \frac{1}{A^2} \left(\frac{H_L}{\rho_L} - \frac{H_S}{\rho_S} \right)^2 & \left(\frac{3}{4} C_{DS} \frac{\rho_S H_S}{d_p} (1 - H_S)^{-2.06} \right) \\ & + \frac{2\rho_{LS}}{DA^2} \left(\frac{\rho_L H_L + \rho_S H_S}{\rho_{LS}} \right)^2 (f_L + f_{SS}) + \frac{d_p^2 \rho_S H_S H_L}{D^2 AV_p} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\gamma_2 = \frac{\rho_{LS} \pi}{V_p} \frac{\pi}{4} (d_p)^2 (u^l)^2 \quad (34)$$

3. Modifikasi Model Aliran Tiga-Fasa

Dari hasil modifikasi yang telah dilakukan, didapatkan model matematika setiap aliran fasa sebagai berikut :

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_L = \alpha q_T^2 \quad (35)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_{LG} = \beta q_T^2 \quad (36)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta x}\right)_{LS} = \gamma_1 q_T^2 + \gamma_2 \quad (37)$$

Dengan melakukan substitusi persamaan (35), (36) dan(37) ke dalam persamaan (1), akan didapat

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{\Delta x} &= \alpha q_T^2 + \beta q_T^2 + \gamma_1 q_T^2 + \gamma_2 \\ &= \delta^* q_T^2 + \gamma_2 \\ \delta^* &= \alpha + \beta + \gamma_1 \end{aligned} \quad (38)$$

Karena laju volumetrik dapat dituliskan sebagai laju massa per massa jenis ketiga fasa, $q_T = W_m/\rho_m$, persamaan (37) dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} \frac{\Delta p}{\Delta x} &= \delta_1 W_m^2 + \delta_2, \\ \delta_1 &= \frac{\delta^*}{\rho_m}, \\ \delta_2 &= \frac{\gamma_2}{\rho_m}. \end{aligned} \quad (39)$$

Selanjutnya, persamaan (39) tersebut akan dimodifikasi menjadi bentuk *pseudo*-linier dengan menggunakan *Linear Theory Method* (LTM). LTM merupakan salah satu metode penyelesaian model matematika yang sering dipergunakan karena keandalannya dan kecepatannya. (Gass, 1985 dalam Kroke, dkk, 2006).

Pertama-tama, persamaan (39) dapat dituliskan pula sebagai berikut

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \delta_1 W_m^2 + \delta_2 \quad (40)$$

$$= \left(\delta_1 W_m + \frac{\delta_2}{W_m} \right) W_m$$

$$\Delta p = \Delta x \left(\delta_1 W_m + \frac{\delta_2}{W_m} \right) W_m \quad (41)$$

Persamaan (41), yang merupakan persamaan tak linear, dimodifikasi menggunakan LTM sehingga menjadi persamaan linear sebagai berikut.

$$\Delta p_{(n+1)} = \Delta x \left(\delta_1 W_{m(n)} + \frac{\delta_2}{W_{m(n)}} \right) W_{m(n+1)} \quad (42)$$

$$\Delta p_{(n+1)} = \eta^* W_{m(n+1)}$$

$$\eta^* = \Delta x \left(\delta_1 W_{m(n)} + \frac{\delta_2}{W_{m(n)}} \right) W_{m(n+1)}$$

$$W_{m(n+1)} = \eta \Delta p_{(n+1)} \quad (43)$$

$$\eta = \frac{1}{\eta^*}$$

Kesimpulan

Dengan asumsi-asumsi yang diberikan, model aliran tiga fasa dapat dimodifikasi dengan merubah kecepatan alir fluida untuk mendapatkan laju alir masa fasa campuran. Dari model yang dihasilkan, diketahui bahwa laju alir masa berbanding lurus dengan perubahan tekanan, sehingga jika perubahan tekanan besar maka laju alir masa menjadi besar, dan sebaliknya jika perubahan tekanan kecil maka laju alir masa pun akan kecil.

Laju alir masa berbanding lurus dengan perubahan tekanan dan laju aliran fluida. Jika laju alirnya minimum dan tidak terjadi pengendapan di sepanjang pipa alir, maka laju alir fluida dikatakan optimum.

Daftar Pustaka

- Angelson, S., Kvernold, O., Linglem, M. and Oslen, S. (1989). Long Distance Transport of Unprocessed Hydrocarbon: Sand Settling in Multiphase Flowlines, Proceedings: *4th International Conference on Multiphase Flow, BHRA, Nice, France.*
- American Petroleum Institute (1991). API Recommended Practice for the Design and Installation of Offshore Production Platform Piping Systems, API RP 14E, Fifth Edition. American Petroleum Institute. Washington DC, USA.
- Bello, O. O. (2008). Modelling Particle Transport in Gas-Oil-Sand Multiphase Flows and its Applications to Production Operations. Doctoral Thesis, Clausthal University of Technology, Clausthal-Zellerfeld German.
- Bello, O. O., et al. (2010). Hydraulic Analysis of Gas-Oil-Sand Flow in Horizontal Wells, Proceedings: *SPE Latin American & Caribbean Petroleum Engineering Conference.* 1-3 December 2010, Lima, Peru.

- Danielson, J. T. (2007). Sand Transport in Multiphase Pipelines. Proceedings: *Offshore Technology Conference*, 30 April-5 May 2007, Houston, USA.
- Gillies, R. G., Hill, K. B., Mckibben, M. J. and Shook, C. (1999). Solids transport by laminar Newtonian flows, *Powder Technology*, Vol. 104, pp. 269-277.
- Laszlo Garbai, L. Barna,. (2005). Hydraulic Analysis of Two Pipe Central Heating Networks, *WSEAS*, Issue 9, V. 2, pp.1809
- Mucharam, L. dan Adewumi, M.A. (1990). A Compositional Two-Phase Flow Model for Analyzing and Designing Complex Pipeline Network Systems. Proceedings: *SPE Annual Technical Meeting*, 10 – 13 June 1990, Alberta, Canada.
- Mucharam, L., Kuntjoro, A.S dan Siagian, U.W.R. (2013). Pemodelan Aliran Tiga Fasa (Gas-Minyak-Pasir) dalam Jaringan Pipa Permukaan, *Laporan Riset dan Inovasi ITB 2013*, Bandung.
- Salama, M.M. (2000). Sand Production Management, *Journal of Energy Resources*, Vol. 122, March. pp. 29-33.